ЛЕКЦІЯ

Поліном Жегалкіна. Способи побудови

Елементарна кон’юнкція називається *монотонною*, якщо вона не містить заперечень змінних.

Формула *Р*(*n*) = *k*1*k*2…*ks*, де *k*1, *k*2, …, *ks* – попарно різні монотонні кон’юнкції змінних із множини *X*={*x*1, *x*2, …, *xn*}, назива­ється поліномом Жегалкіна. Найбільший iз рангів елементарних кон’юнкцій, які входять у поліном, називається степенем полінома.

***Теорема 1.*** *Будь-яку булеву функцію можна єдиним способом зобразити у формі полінома Жегалкіна.*

***Теорема 2*** *. Булева функція має істотними всі змінні, які входять у її поліном Жегалкіна.*

Методи побудови полінома Жегалкіна

***1.*** *Метод невизначених коефіцієнтів.*

Для функції *f*(*х*1, *х*2, ..., *хn*) записують найбільш загальний вигляд полінома Жегалкіна *P*(*х*1, *х*2, ..., *хn*). Для кожного двійкового набору (*а*1, *а*2, ..., *аn*) складають рівняння *f*(*α*1, *α*2, ..., *αn*) = *Р*(*α*1, *α*2, ..., *αn*). Отримують систему з 2*n* рівнянь. Розв’язками цієї системи є коефіцієнти полінома *P*(*х*1, *х*2, ..., *хn*).

*Приклади*

**1**. Побудувати поліном Жегалкіна для функції *f* = *Розв’язання*

Використаємо метод невизначених коефіцієнтів.Загальний вигляд полінома від двох змінних із невизначеними коефіцієнтами такий:

*Р*(*x, y*) *= c*0*c*1*xc*2*yc*3*xy*.

Прирівняємо значення функції та полінома на всіх чотирьох набо­рах значень змінних, і одержимо систему рівнянь відносно невизначе­них коефіцієнтів:

 звідси 

Отже, *f* ==.

***2.*** *Побудова полінома Жегалкіна на основі тотожних перетворень.*

Будують рівносильну формулу, в якій є лише операції кон’юнкції та заперечення, а потім всюди замінюють  на . Отриману формулу спрощують.

*Приклад*

Побудуємо поліном Жегалкіна для функції *f* =на основі тотожних перетворень:

*f* = == = (= 

*Відповідь:* *f* = = .

**3.** *Побудова полінома Жегалкіна за ДДНФ.*

Метод доцільно використовувати, коли ДДНФ відома, або її легко знайти. У ДДНФ замінюють усі диз’юнкції на додавання за *mod 2*, а потім позбуваються заперечень за формулою  та проводять відповідні спрощення.

*Приклад*

Побудувати поліном Жегалкіна для функції *f* за *ДДНФ*

у

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *x* | *y* | *f* |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

